УДК 512.548

ПРО ТЕРНАРНІ КВАЗІГРУПОВІ КВАДРАТИЧНІ ТОТОЖНОСТІ ДОВЖИНИ ТРИ

Ф. М. Сохацький, А. В. Тарасевич

Алгебру $(Q, f, {}^{(14)}f, {}^{(24)}f, {}^{(34)}f)$ називають *тернарною квазігрупою* [1], якщо виконуються такі тотожності:

$$f({}^{(14)}f(x,y,z),y,z) = x\ , \qquad {}^{(14)}f(f(x,y,z),y,z) = x\ ,$$
$$f(x,{}^{(24)}f(x,y,z),z) = y\ , \qquad {}^{(24)}f(x,f(x,y,z),z) = y\ ,$$
$$f(x,y,{}^{(34)}f(x,y,z)) = z\ , \qquad {}^{(34)}f(x,y,f(x,y,z)) = z\ .$$

Операцію f називають *оборотною*. *Тернарною універсальною лупою* називають тернарну квазігрупу кожен елемент якої нейтральний, тобто:

$$f(y,x,x) = f(x,y,x) = f(x,x,y) = y\ .$$

Під *довжиною тотожності* розуміємо кількість функційних символів, включаючи їх повторення.

Квадратичною тотожністю довжини три називають тотожність, яка містить три функційних символів і у якій кожна предметна змінна з’являється двічі. Наприклад, усі тотожності виду:

$${}^{\sigma}f({}^{\tau}f(x,y,z),x,u) = {}^{\nu}f(y,z,u)\text{, де } \sigma,\tau,\nu \in S_4$$

є тернарними квадратичними тотожностями довжини три.

Кожна квазігрупова тотожність визначає квазігруповий многовид. Дві тотожності називають рівносильними, якщо вони визначають один і той же многовид.

Теорема 1 [2] *У многовиді $\mathcal{U}$ всіх тернарних універсальних луп, кожна квадратична тотожність довжини три є рівносильною точно до однієї із тотожностей:*

$$f(z,x,f(x,y,y)) = f(z,u,u),$$
$$f(x,u,f(y,u,z)) = f(x,y,z),$$
$$f(f(x,y,z),z,u) = f(y,x,u),$$
$$f(x,y,f(y,z,u)) = f(x,u,z),$$
$$f(f(x,y,z),u,y) = f(z,u,x)\ .$$

Література

1. Sokhatsky F. M. Parastrophic symmetry in quasigroup theory. *Visnyk Donetsk national university, Ser. A: natural science*s. 2016. No. 1–2. P. 70–83.
2. Sokhatsky F. M., Tarasevych A. V. On ternary quasigroup quadratic identities of the small length. *Прикл. проблеми механіки і математики*. 2020. Вип.18. С 150–161.

УДК 517.9

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ АКУСТИЧНОЇ ТОМОГРАФІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Г. Ю. Курбет, К. О. Буряченко

Робота присвячена розв’язанню оберненої крайової задачі для одновимірного хвильового рівняння з застосуванням та адаптацією методу Гальоркіна. Проблематика цікава з точки зору практичних застосувань цих задач: часто в практичних цілях потрібно знайти швидкість розповсюдження звукової хвилі. Обернена задача, на відміну від прямої, в якої відомі коефіцієнти, містить невідому в коефіцієнтах, фізичний зміст якої якраз і є шуканою швидкістю розповсюдження хвилі Отже, розв'язання обернених задач полягає в знаходженні швидкості звукової хвилі (чисельному чи аналітичному). В цьому напрямку варто згадати роботи Горбачук В. І. [2], Ліонс Ж. Л. [1], Л. Пестов [3, 4] та Д. Стрельніков [3]. Основні методи даної роботи спираються на ці статті і нашим завданням є застосування та адаптація розроблених в вищезгаданих роботах методів на модельний випадок оберненої задачі Коші-Діріхле для одновимірного хвильового рівняння.

Як відомо, хвильове рівняння описує процес розповсюдження хвилі в просторі. Так, зокрема тривимірні хвильові рівняння моделюють процеси розповсюдження звукових хвиль. Обернені задачі, на відміну від прямих задач, в яких відомі коефіцієнти рівняння, містять невідому в коефіцієнтах, фізичний зміст якої є швидкість розповсюдження звукової хвилі. Ці задачі доволі актуальні з огляду їх застосувань в томографії, автобудівної промисловості, де потрібно зчитувати сигнал, «звукову хвилю», як зворотній зв'язок на процеси, які відбуваються: тестування автомобілів на граничних швидкостях та вплив опору повітря на кузов, якість зображення при томографії, тощо.

Метою роботи є доведення теореми існування розв'язку оберненої задачі для одновимірного хвильового рівняння та адаптація методу Гальоркіна для еволюційних рівнянь.

Розглянемо обернену крайову задачу для хвильового рівняння.

Нехай Ω – обмежена область у $\mathbb{R}^n (n \geq 2)$ з гладкою межею $\partial\Omega$. Нехай $\sum \subset \partial\Omega$ – відкрита множина з гладкою межею. Задача, що називається прямою, є початковою крайовою задачею для хвильового рівняння з крайовими умовами

$$\rho u_{tt} - u_{xx} = 0 \text{ в } (0, l) \times (0, T), \tag{1}$$

$$u(0, t) = 0, \ \ u(l, t) = 0, \tag{2}$$

$$u(0, x) = u_0(x), \ \ \frac{du(0, x)}{dt} = u_1(x). \tag{3}$$

Тут $\rho(x) = \frac{1}{c^2(x)}$ – додатня функція, яка пов'язана зі швидкістю з вуку: $c(x)$ – швидкість звуку. $f(t) = \big(f_1(t), f_2(t)\big)-$ задана гранична функція. Для простоти розглядаємо першу мішану задачу. Нехай $u^f -$ розв'язок прямої задачі (який, згідно з теорії математичної фізики, існує, єдиний і неперервно залежить від f). Обернена задача полягає у знаходженні коефіцієнта рівняння $\rho(x)$ по заданій функції u^f. Згідно з [1] застосуємо метод Гальоркіна для еволюційних рівнянь для розв'язання оберненої задачі (1)-(3). Для лінійних рівнянь розроблено чимало методів розв'язання, в тому числі і чисельних, однак, саме для обернених задач вони не є ефективними. В той час, коли не працюють чисельні методи для лінійних рівнянь, можна застосовувати метод Гальоркіна, який першочергово був розроблений для нелінійних рівнянь, однак, у випадку оберненої задачі він виявився найбільш ефективним та результативним у виконанні.

Основним результатом є наступна теорема.

Теорема. Нехай

$$\begin{gathered} f \in L^{\infty}(0, T; \ L^2(0, l)), \\ u_0(x) \in \ L^2(0, l), \\ u_1(x) \in \ L^2(0, l). \end{gathered} \tag{4}$$

Тоді в просторі $W^{1,\infty}\big(0, T; L^2(0, l)\big)$ існує єдиний розв'язок u^fзадачі (4) і, відповідно, існує обмежений розв'язок $\rho(x)$ оберненої задачі $\rho(x) \to u^f(x, t)$.

Зауваження. Зауважимо, що результат теореми 1. збігаються з результатом роботи [4] у випадку першої крайової задачі та $\sigma = 0$. Однак, на відміну від результату роботи [4], який був отриманий за допомогою білінійних форм, наш результат був отриманий методом Гальоркіна для еволюційних рівнянь. На відміну від BC методу, який треба підлаштовувати під кожне конкретне рівняння та тип задачі, вводячи відповідні до рівняння та задачі квадратичні форми, метод Гальоркіна є універсальний, складається з чітко визначених етапів, реалізація яких полягає в доведенні збіжностей апроксимуючих послідовностей.

Висновки. В даній роботі ми дослідили обернену задачу для хвильового рівняння з граничними умовами; розглянули метод Гальоркіна для стаціонарних та еволюційних рівнянь; застосували метод Гальоркіна для пошуку розв'язку оберненої задачі для одновимірного хвильового рівняння. Основний результат роботи збігається з результатом роботи [4] у випадку першої крайової задачі та $\sigma = 0$. Однак, на відміну від результату роботи [4], який був отриманий за допомогою білінійних BC, наш результат був отриманий методом Гальоркіна для еволюційних рівнянь. На відміну від методу граничного контролю, який треба підлаштовувати під кожне конкретне рівняння та тип задачі, вводячи відповідні до рівняння та задачі квадратичні форми, метод Гальоркіна є універсальний, складається з чітко визначених етапів, реалізація яких полягає в доведенні збіжностей скінченновимірних апроксимацій розв'язку.

Робота виконання в рамках залучення молодих вчених (студентів) до виконання держбюджетних тем МОН, номери держреєстрації 0118U003138, 0119U100421, а також українсько-німецького проекту «From Modeling and Analysis to Approximation".

Література

1. Lions J.-L. Contr'ole Optimale de Syst'emes Gouvernes par des Equations aux Derivees Partielles. Paris, 1968.
2. Gorbachuk V. I., Gorbachuk M. L. Boundary value problems for operator differential equations, Mathematics and its applications. *Kluwer Academic Publishers Group. Dordrecht.* 1991. № 48. P. 347.
3. Pestov L., Strelnikov D. Approximate controllability of the wave equation with mixed boundary conditions. *Journal of Mathematical Sciences*. № 1. 2019. P. 239.
4. Pestov L. Inverse problem of determining absorption coefficient in the wave equation by BC method. *J. Inverse Ill-Posed Probl.20*. 2012. DOI 10.1515/jip-2011-0015. P. 103-110.

Підсекція «Журналістика та прикладні соціокомунікативні технології»

УДК: 007:[316.77:659.4](043.2)

СТРАТЕГІЧНІ КОМУНІКАЦІЇ ЯК ПРИКЛАДНА СОЦІОКОМУНІКАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ

С. В. Бондаренко

За останні сім років відбуваються парадигмальні зміни у системі комунікацій різних соціальних інститутів та систем. Розвиток сучасних інформаційних технологій, медіатизація індивідуумів, зміна сутнісного змісту інститутів, збільшення кількості інформаційно-психологічних війн в світі, використання новітніх соціокомунікаційних технологій управління масами вимагають переосмислення підходів та принципів організації комунікативної взаємодії, як в середині малих, так і великих систем.

Значний вплив медіа (під медіа слід розуміти широкий спектр засобів масової комунікації серед яких традиційні ЗМІ (преса, ТБ, радіо та онлайн ЗМІ), соціальні мережі, сервіси з розміщення та поширення контенту (наприклад, YouTube), месенджери тощо) на формування світогляду та світосприйняття, як окремого індивіда, так їх груп та цілих систем.