

ПРО КВАЗІГРУПОВІ ФУНКЦІЙНІ РІВНЯННЯ МАЛОЇ ДОВЖИНИ

Г. В. Крайнічук (Шелепало)

Ми обговоримо деякі результати бінарних квазігрупових функційних рівнянь малої довжини (означення функційного рівняння див. [1]). Довжиною функційного рівняння називається максимальна кількість появ функційних змінних у рівнянні. Квазігруповим бінарним називається рівняння, в якого всі функційні змінні є функціями, що визначені на множині двомісних оборотних функцій.

Ми розглянемо деяку класифікацію всіх узагальнених функційних рівнянь довжиною до 6. «Узагальнені» означає, що всі функційні змінні попарно різні. Типом функційного рівняння називаємо послідовність m_1, m_2, \dots, m_k , де k це число різних предметних змінних і m_k кількість появ i -ої предметної змінної. Якщо два функційних рівняння належать одному і тому ж класу класифікації, то існує залежність між всіма множинами їх розв'язків [2].

Існує один клас, три класи, чотири класи рівнянь довжиною 1, 2, 3 відповідно [3]. Існує не більше 19 класів рівнянь довжини 4:

- два класи рівнянь типу $(6,0,0)$, [3];
- шість класів рівнянь типу $(4,2,0)$ [4];
- шість класів рівнянь типу $(3,3,0)$ [3];
- п'ять класів рівнянь типу $(2,2,2)$ [5,6].

Один клас рівнянь типу $(2,2,2)$ містить добре відоме функційне рівняння узагальненої асоціативності. Використовуючи парастрофну симетрію в теорії квазігруп [7], буде також подано результати класифікації парастрофних тотожностей та відповідних їм многовидів (парастрофні тотожності це ті, в яких на місцях функційних змінних знаходяться парастрофи однієї й тієї ж функції).

Серед рівнянь довжини 5, поширеним є функційне рівняння узагальненої дистрибутивності, його тип $(3,2,2)$. Таких класів рівнянь типу $(3,2,2)$ точно п'ять [8].

Добре відомі рівняння довжини 6: функційне рівняння узагальненої медіальності $(2,2,2,2)$ і рівняння Бола-Муфанг $(4,2,2,0)$. Знайдено вісім класів рівнянь типу $(4,2,2,0)$.

Література

1. Aczel J. Lectures on functional equations and their applications, Academic press, New York, London, 1966.
2. Сохацький Ф. М. Про класифікацію функційних рівнянь на квазігрупах, / Укр. мат. журнал, (2004), 56, № 4, 1259–1266.
3. Крайнічук Г. В. Класифікація квазігрупових функційних рівнянь типу $(3,3,0)$, Вісник ДонНУ, серія А: природничі науки, 2016, в друці.
4. Крайнічук Г. В. Класифікація і розв'язування квазігрупових функційних рівнянь типу $(4,2)$, Вісник ДонНУ, серія А: природничі науки, 2015, № 1-2, 53-63.
5. Коваль Р. Ф. Класифікація функційних рівнянь малої довжини на квазігрупових операціях, дисертація на звання канд. фіз.-мат. наук, 2005, Вінниця-Київ, 133.
6. Krapez A. Generalized quadratic quasigroup equations with three variables, Quasigroups and related systems, 2009, 17, 253-270.
7. Sokhatsky F. M. Parastrophic symmetry in quasigroup theory, Visnyk DonNU, A: natural Sciences, 2016, in print.
8. Sokhatsky F. M., Krainichuk H. V. Solution of distributive-like quasigroup functional equations, Comment.Math.Univer.Carol., Praga., 53,3, 2012, 447-459.