

Підсекція математичного аналізу, диференціальних рівнянь та їх застосувань

УДК 517.9

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКІВ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ В ТОНКИХ ОБЛАСТЯХ

С. Т. Акоюн

В роботі розглянута крайова задача з вільними межами:

$$\Delta p = -\mu(\sigma - \tilde{\sigma}) \text{ в } \Omega(t) \quad (1)$$

$$\partial_t \sigma - \Delta \sigma + \sigma = 0 \text{ в } \Omega(t) \quad (2)$$

$$V_n = -\partial p / \partial n \text{ на } \Gamma(t) \quad (3)$$

$$p = \gamma \kappa \text{ на } \Gamma(t) \quad (4)$$

$$\sigma = \bar{\sigma} \text{ на } \Gamma(t) \quad (5)$$

$$\sigma|_{t=0} = \sigma_0 \text{ в } \Omega(0), \text{ де } \Omega(0) \text{ -дана.} \quad (6)$$

Інтерпритація цієї задачі така: в момент часу t тканина займає область $\Omega(t)$ з границею $\Gamma(t)$. Концентрація нутрієнтів позначено σ , а внутрішній тиск, котрий викликає рух клітинного матеріалу- p . Передбачається, що швидкість проліферації клітин, має форму $-\mu(\sigma - \tilde{\sigma})$, де μ та $\tilde{\sigma}$ -додатні константи. Також γ , $\bar{\sigma}$ -додатні константи, n -зовнішня нормаль, V_n -швидкість вільної границі $\Gamma(t)$ по напрямку n та κ - середня кривизна. [3]

Такого виду задачі в свою чергу описують широкий клас процесів, які виникають в механіці твердого тіла та рідині, фізиці, оптимальному керуванні, біології та т.д. [2]

Основна ціль полягає в описі ранніх стадій росту тканини, головним чином тканини пухлини, при різних спрощуючих припущеннях.

Задачі такого типу можуть слугувати математичною моделлю для опису росту тканини, що може бути використано в медицині.

Також представлено зв'язок задачі (1)-(6) та квазістатичної задачі Стефана з поверхневим натягом:

$$\Delta p = 0 \text{ в } \Omega(t), V_n = -\partial p / \partial n \text{ на } \Gamma(t), p = \gamma \kappa \text{ на } \Gamma(t), \Omega(0) \text{ -дана.}$$

Точне математичне дослідження задачі Стефана і задачі з вільною межею, зокрема питання існування та єдиності розв'язку поставлених задач, можуть слугувати більш точним інструментом в медичній практиці. [1],[3]

Література

1. John A., Adam A Simplified Mathematical Model of Tumor Growth, Mathematical Biosciencen. – 1986. – № 81. – P. 229–244
2. Радкевич Е. В., Смеликулов А. С. Краевый задачи со свободной границей. – Ташкент.: ФАН, 1988. – 186 с.
3. Borys V. Bazaliy, Avner Friedman A Free Boundary Problem for an Elliptic–Parabolic System: Application to a Model of Tumor Growth, Communications in Partial Differential Equations – 2003. – Vol. 28. – Nos. 3, 4. – P.517–560